28/09/2015

- Moto dei fluidi (Aerodinamica)
- Forze scambiate tra fluidi e corpi nei moti reciproci

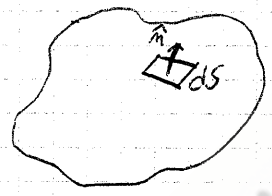
▶ Cos'è un fluido?

- Solidi: forza e volume proprio
- liquidi: volume proprio
- gas: volume e forma non propri

} → FLUIDI la differenza sta nella deformazione

Def: un fluido è una sostanza che si deforma sotto l'azione di forze tangenziali anche infinitesime ⇒ avviene il moto

Un fluido in quiete non è sottoposto a forze tangenziali ma può essere sottoposto a forze normali alla sua superficie e cioè a forze di pressione $\frac{[F]}{[L]^2} = \frac{N}{m^2}$.



$$d\vec{F} = -p\vec{n}\,dS$$

↓

la pressione è entrante mentre la normale è uscente quindi ci ho il meno.

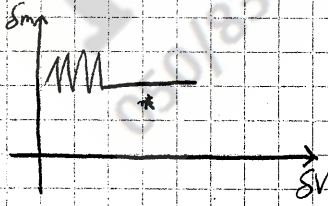
Struttura molecolare

- Solidi: reticoli
- gas: molecole libere su distanze molto maggiori rispetto a quelle dei solidi.
  - gas perfetti: le molecole interagiscono solo tramite collisione
- liquidi: si muovono a gruppi ordinati quasi come solidi; interagendo tra loro si muovono poco

In fluidodinamica classica si utilizza l'ipotesi di mezzo continuo: tale ipotesi ci permette di descrivere il moto dei fluidi senza tener conto della struttura molecolare
Tale ipotesi è utilizzabile quanto possiamo definire l'elemento base: PARTICELLA

PARTICELLA DI FLUIDO

$\rho \sim \frac{\delta m}{\delta V}$



* particella fluida.

In un volumetto infinitesimo la massa è della molecola

Considerando le variazioni macroscopiche vediamo che nel grafico è possibile distinguere due zone: la prima con variazioni considerevoli dovute al numero insufficiente di molecole e la seconda che presenta un andamento costante perché il numero di molecole è abbastanza elevato tanto da far variare pochissimo la massa.

La particella fluida è un volumetto di fluido che è sufficientemente piccolo da essere considerato puntiforme ma sufficientemente grande da far sì che la massa delle sue molecole sia statisticamente rappresentativa

Il fatto di non poter applicare sempre tale ipotesi dipende da quanto il mezzo è rarefatto.

ARIA STANDARD A LIVELLO DEL MARE T = 15 °C

Cubetto di $10^{-3}\,mm^3 = l$ questo contiene $2.8 \cdot 10^7$ mol.

All'aumentare della quota corrisponde una maggiore rarefazione. Si hanno problemi di scorrimento da 80-90 Km

⇒ Per tutto ciò che riguarda l'aerodinamica possiamo utilizzare l'ipotesi del continuo.

⇒ $\rho = \lim_{\delta V \to \delta V'} \frac{\delta m}{\delta V} = \frac{[m]}{[L]^3} = \frac{Kg}{m^3}$

↓ Particella fluida.

Volume specifico $v = \frac{1}{\rho}$ v e ρ sono legate alla comprimibilità di un fluido

Fluido incomprimibile: densità costante nie nello spazio che nel tempo. I liquidi in generale sono fluidi incomprimibili

Coefficiente di comprimibilità

$$K = -\frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dp}\right)_{\substack{T=cost \\ o\ S=cost}}$$

incomprimibile ⇒ $K \to 0$
Se K è alto il fluido è comprimibile

Esempio ACQUA
$p = 1 atm = 101325 \frac{N}{m^2}$ $K = 5 \cdot 10^{-7} Pa$
$T = 15\ °C$

ARIA $K \simeq 10^{-5} Pa^{-1}$

Equazione di stato

liquidi ⇒ ρ = costante acqua: $1000 \frac{Kg}{m^3}$

gas perfetti $p = \rho R T$

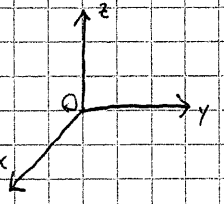
Analisi dimensionale $\frac{N}{m^2} = \frac{m^2}{Kg} \frac{1}{K}$ (K: Kelvin) $R = \frac{N \cdot m}{Kg \cdot K} = \frac{m^2/s^2}{K}$ ⇒ $R = \frac{R}{M}$ = costante universale dei gas / massa molare dell'aria

$R = \frac{8,31}{\text{massa molare aria}} = 287,1$

T = misura di agitazione della molecola [K]

$\vec{V}$ = velocità

$\vec{V}(P)$ è la media delle velocità di tutte le molecole contenute nella particella fluida



$\vec{V}(P) = (u, v, w)$ definite le terne cartesiane $\gamma (O, x, y, z)$

Forze



Forze o che due fluidi a contatto oppure tra fluido e corpo.

Infatti δV: particelle di fluido

Le forze si dividono in:

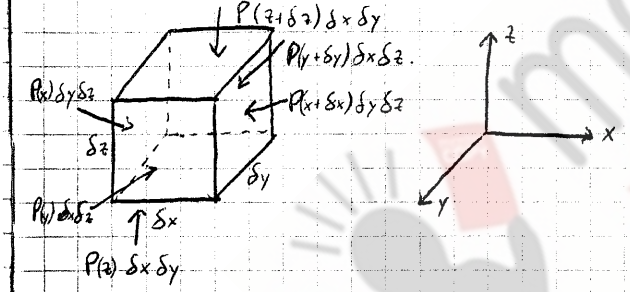
- Forze di volume o di massa: forze dovute a campi di accelerazione proporzionali al volume o alla massa (ad esempio la forza peso)

$\vec{f}$ forza di volume per unità di massa accelerazione $\vec{a}$

- Forze di contatto: contatto o con un altro fluido o con una superficie solida
  ↓
  dipendono dal moto

Si dividono a loro volta in • forze normali: quelle di pressione
• forze tangenziali

STATICA DEI FLUIDI



Si trascurano variazioni di densità
$\delta x, \delta y, \delta z \to 0$

Fluido in quiete

Equilibrio

$$x)\ P(x)\,\delta y\,\delta z - P(x+\delta x)\,\delta y\,\delta z = 0$$
$$y)\ P(y)\,\delta x\,\delta z - P(y+\delta y)\,\delta x\,\delta z = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} P(x) = P(x+\delta x) \\ P(y) = P(y+\delta y) \\ P(z) = P(z+\delta z) + W \end{cases}$$
$$z)\ -W + P(z)\,\delta x\,\delta y - p(z+\delta z)\,\delta x\,\delta y = 0 \qquad W = \rho g \int_V \delta x\,\delta y\,\delta z$$

Principio di Laplace

La pressione su piani orizzontali o su piani perpendicolari a $\vec{g}$ è costante.

Dall'equazione lungo z ricavo

$p(z) = p(z+\delta z) + \rho g\,\delta z$ legge di Stevino

da cui

$p(z+\delta z_0) - p(z) = -\rho g\,\delta z_0$ cioè

$$\boxed{dp = -\rho g\,\delta z_0}$$ lungo la direzione z

Caso in cui ρ = costante.

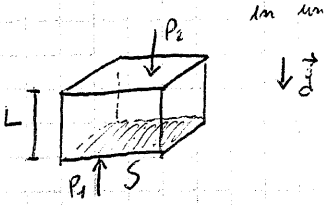
$$p(z_2) - p(z_1) = \rho g (z_1 - z_2)$$

$$p(z_2) - p(z_1) = -g \int_{z_1}^{z_2} \rho \, dz.$$

Principio di Archimede: un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato.

Il principio di Archimede trova nella legge di Stevino

Dimostrazione: Consideriamo un parallelepipedo con altezza L e superficie di base S e lo immergiamo in un fluido



Le forze lungo l'asse z sono date da

$$F_z = (P_1 - P_2) S$$

Da Stevino ottengo

$P_1 = P_2 + \rho g L$ da cui $P_1 - P_2 = \rho g L$. Vado a sostituire nell'espressione di F_z e ottengo la spinta.

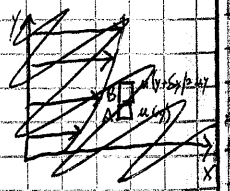
$$F_z = \rho g \underbrace{L S}_{V(\text{volume})} = W_f = \text{forza peso del fluido}$$

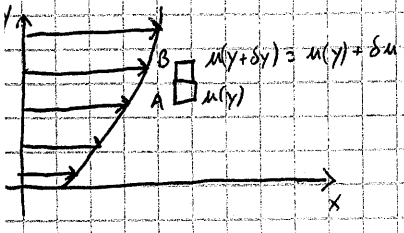
Equilibrio statico di un volumetto di fluido

Forze tangenziali

Qual'è la loro origine fisica

Partiamo da un esempio: Ho un fluido che si muove lungo la direzione x per cui il vettore velocità delle particelle avrà solo la componente x diversa da 0





$$\vec{V} = (u, 0, 0)$$

Il grafico ci mostra che stiamo supponendo che la velocità delle particelle non sia costante al variare delle y. In questo caso all'aumentare delle y aumenta anche la velocità delle particelle

$$\vec{V} = (u(y), 0, 0)$$

Supponiamo di avere due particelle A e B una sopra l'altra con y diverse e quindi velocità differenti

$u(y)$: velocità media delle molecole nella particella fluida A a quota y

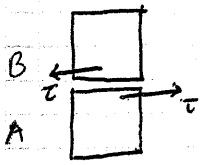
$u(y+\delta y)$: velocità media delle molecole nella particella fluida B a quota $(y+\delta y)$

Supponiamo che il nostro fluido sia un gas perfetto

Dopo un certo Δt un po' di molecole che stavano nella particella B si spostano nella particella A e viceversa perché per il modello di gas perfetto le molecole possono interagire solo per collisione

Le molecole della particella A che vanno nella particella B tendono a rallentare le particelle B mentre le molecole che passano dalla particella B alla particella A tendono ad accelerare quest'ultime.

Lo scambio di molecole ma genera uno scambio di quantità di moto. Ma si genera una forza uguale e opposta che nella particella B ha un effetto frenante mentre tende ad accelerare la particella A. Si ha una situazione del genere:



Chiamo τ lo sforzo tangenziale cioè la forza tangenziale per unità di superficie

$\vec{\tau}\ (\tau, 0, 0)$ perché le particelle si muovono solo lungo x.

τ esiste perché le particelle a diverse quote si muovono con velocità diverse.

Voglio rapportare τ ad altre grandezze

τ dipende dalla variazione di velocità al variare della quota e dipende anche dalla temperatura T perché esso è indice di agitazione molecolare quindi all'aumentare della T ho un moto molecolare più intenso

$$\tau = f\left(\frac{du}{dy}, T\right)$$

Modello di Fluido Newtoniano

Secondo tale modello ho che τ dipende linearmente da $\frac{du}{dy}$ cioè

$$\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dy}} \rightarrow \text{legge monodimensionale. Nel caso tridimensionale la vedremo più in là}$$

μ = coefficiente di viscosità molecolare

$\mu(T)$ è funzione della T

Per i gas perfetti $\mu \sim \sqrt{T}$

μ nel SI ha come unità di misura $\frac{Kg}{ms}$

Il modello Newtoniano vale anche per i liquidi con la differenza che μ è una funzione decrescente della temperatura

Introduciamo un'altra grandezza che è il coefficiente di viscosità cinematica

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad ; \quad \left[\frac{m^2}{s}\right]$$